Chapitre 1 – Informations chiffrées

A) Proportions et Fréquences

1) Définitions

La proportion (ou fréquence) d'une sous-population A dans une population E (qu'on notera $p_{A/E}$) est

$p_{A/E}=\frac{n_A}{n_E}$ où n_A est le nombre d'éléments de A et n_E le nombre d'éléments de E.

Ce rapport peut s'exprimer sous forme de fraction, de nombre décimal ou de pourcentage.

Il sera compris entre 0 et 1 (entre 0% et 100% s'il s'agit d'un pourcentage).

Exemple :

S'il y- a 5 garçons das une classe de 27 élèves, cela représentera une proportion de $\frac{5}{27}$, soit à peu près 0,1852 (en arrondissant à la quatrième décimale), ce qui fait 18,52% à 0,01% près.

2) Propriétés

Lorsque l'on a $\mathbf{A \subset B \subset E}$, c'est à dire que A est une partie de B qui est lui-même une partie de E, on aura : $\mathbf{p_{A/E}=p_{A/B} \times p_{B/E}}$, car en effet $\mathbf{\frac{n_A}{n_E}=\frac{n_A}{n_B}\times\frac{n_B}{n_E}}$.

Autrement dit, la proportion de A dans E est alors égale au produit de la proportion de A dans B par la proportion de B dans E.

Exemple :

S'il y a 13,1% d'enfants en surpoids parmi les enfants de 6 ans dans les villes de moins de 50 000 habitants, et si parmi ces enfants en surpoids, il y en a 24,4% d'obèses, cela signifie qu'il y a 3,2% d'enfants obèses parmi les enfants de 6 ans des villes de moins de 50 000 habitants (13,1% fois 24,4% donne 3,2%).

Remarquez que lorsque l'on multiplie de pourcentage, il faut procéder d'une des deux façons suivantes :

Soit on fait 24,4 fois 13,1 divisé par 100 égal 3,2 donc 3,2%

Soit on fait $\frac{24,4}{100}\times\frac{13,1}{100}\times 100=3,2$ donc 3,2%

Soit encore on fait $0,244\times 0,131=0,032=\frac{3,2}{100}=3,2\%$

Ceci s'explique parce qu'au final, on doit avoir $\frac{24,4}{100}\times\frac{13,1}{100}=\frac{3,2}{100}$!

B) Variation et Taux d'évolution

1) Variation absolue et variation relative

Soit une quantité qui passe de la valeur y_I à la valeur y_F :

Sa variation absolue sera alors $y_F - y_I$, positive s'il y a augmentation et négative s'il y a diminution.

Sa variation relative, ou taux d'évolution, vaudra $t=\frac{y_F-y_I}{y_I}$, exprimée sous forme de fraction, de nombre décimal ou de pourcentage. Son signe sera le même que celui de la variation absolue.

Remarque :

Une variation relative peut dépasser les 100% ou être négative, contrairement aux proportions dont on a parlé au A).

Cependant elle ne peut être inférieure à -100% s'il s'agit d'une quantité positive par nature.

Exemples :

a) De 1990 à 2005, le nombre de médecins généralistes est passé de 93 380 à 101 267, il y a donc eu une variation absolue positive (donc une augmentation) de 7887.

Le taux d'évolution, ou variation relative a été de $\frac{7887}{93380}$, soit à peu près 0,0845 ce qui représente 8,45%.

b) Soit un prix qui évolue de 2 500 F à 7 500F : il évolue de 200% en plus.

2) Coefficients multiplicatifs

Si une quantité y_I évolue avec un taux t, la quantité finale y_F sera :

$y_F=y_I+y_I\times t=y_I\times(1+t)$.

$c=1+t$ est appelé le coefficient multiplicatif correspondant à cette évolution.

Si t est positif (augmentation), c sera plus grand que 1.

Si t est négatif (diminution), c sera plus petit que 1.

Exemple :

Dans le cas ci-dessus, c = 1 + t = 1 + 8,45% = 1 + 0,0845 = 1,0845.

On a bien 1,0845 fois 93380 qui donne (à l'arrondi près) 101 267.

S'il s'était agi d'une baisse de 8,45%, on aurait eu c = 1 – 8,45% = 1 – 0,0845 = 0,9155.

3) Évolutions successives

Dans le cas de deux évolutions successives de coefficients multiplicatifs c et c', on aura :

y_3 = c' y_2 = c' c y_1, c'est à dire que les deux coefficients se multiplient pour donner le coefficient global c' c.

En particulier, comme on a c' c = c c', deux évolutions successives donnent le même résultat même si on inverse leur chronologie.

Exemple :

Soit un prix de 2 500F qui augmente de 10%, puis diminue de 10% :

Les coefficients sont ici 1 + 10% = 1,1 et 1 – 10% = 0,9, d'où un coefficient global de 1,1 fois 0,9, ce qui fait 0,99.

Ce coefficient sera le même quel que soit l'ordre dans lequel se déroulent ces deux évolutions.

On a ici $y_3=0{,}9\times y_2=0{,}9\times 1{,}1\times y_1=0{,}99\,y_1=0{,}99\times 2500=2\,475\,\mathrm{F}$ ..

Si on diminue avant d'augmenter, on aura :

$y_3 = 1{,}1 \times y_2 = 1{,}1 \times 0{,}9 \times y_1 = 0{,}99\, y_1 = 0{,}99 \times 2500 = 2\,475 \text{ F}$ aussi.

4) Évolution inverse, ou réciproque

Si l'on a $\boldsymbol{y_F = y_I \times c}$, on aura $\boldsymbol{y_I = \dfrac{y_F}{c}}$.

Pour retrouver la quantité initiale à partir de la quantité finale et du coefficient multiplicatif, il faut diviser cette quantité finale par le coefficient (évolution inverse).

En particulier, si l'on veut retrouver la même quantité après une évolution de coefficient c, il faudra appliquer une évolution ("évolution réciproque") de coefficient $\mathbf{c' = \dfrac{1}{c}}$, car on doit avoir $\boldsymbol{c \times c' = 1}$.

Exemples :

. Pour retrouver le prix de 2 500F après une augmentation de 10%, ce qui correspond à un coefficient de 1,1, il faudra appliquer un coefficient de $\mathbf{\dfrac{1}{1{,}1}}$, ce qui donne à peu près 0,9091, autrement dit une diminution de 1 – 0,9091 = 0,0909 soit 9,09%.

Vérification : 2500 fois 1,1 = 2750, et 2 750 fois 0,9091 = 2 500,025 ce qui donne bien en arrondissant au franc les 2 500 F de départ !

. Pour retrouver un prix hors taxe à partir d'un prix TTC (Toutes Taxes Comprises), avec une TVA de 16%, il faut diviser le prix TTC par 1,16, le montant de TVA s'obtenant alors par soustraction :

Si un produit coûte 2 200 F TTC, on aura un prix HT (Hors Taxe) de $\mathbf{\dfrac{2200}{1{,}16} \approx 1897}$ soit 1897 F HT et donc 303 F de TVA.

5) Petits pourcentages d'évolution

Lorsqu'une quantité évolue peu, c'est à dire avec des pourcentages d'évolution très petits, on peut considérer en première approximation que les taux de variation s'ajoutent :

Exemple :

Deux augmentations successives de 1% chacune correspondent à peu près à une augmentation globale de 2%.

Pour être précis, ceci correspond à des coefficients de 1,01, dont le produit fait 1,0201, soit un taux de variation exact de 2,01% : l'erreur est ici de 0,01%.

De même, si on augmente de 1% puis baisse de 1%, le résultat exact serait 1,01 fois 0,99, soit 0,9999, donc 99,99%, ce qui donne la même erreur de 0,01%.

Par contre il faut se méfier sur les longues périodes : sur 10 ans, l'erreur pour dix augmentations de 1% passerait à 0,46% (en effet, cela ferait 10,46% et non 10%) !

Informations Chiffrées – Fiche de révision

Calcul à effectuer	Formule
Proportion ou fréquence	$p_{A/E}=\frac{n_A}{n_E}$
Proportion quand $A\subset B\subset E$	$p_{A/E}=p_{A/B}\times p_{B/E}$
Variations : notations	**On note** y_F **la quantité finale et** y_I **la quantité initiale**
Calcul de y_F	$y_F=y_I+y_I\times t=y_I\times(1+t)$
Taux de variation t	$t=\frac{y_F-y_I}{y_I}$
Coefficient multiplicateur c	$c=1+t$
Calcul de t **à partir de** c	$t=c-1$
Calcul de y_F **avec** c	$y_F=y_I\times c$
Évolutions successives	$y_F=y_I\times c_1\times c_2\times c_3...$
Pour n évolutions successives de même taux	$y_F=y_I\times c^n$
Évolution réciproque (inverse)	$y_I=\frac{y_F}{c}$