Chapitre 10 – Les suites

A) Suites arithmétiques (Rappel)

1) Définition

On appelle suite arithmétique toute suite dont chaque terme est la somme du précédent et d'une constante, positive ou négative, appelée raison de la suite.

Exemples :

Trouver les suites arithmétiques dans les exemples suivants, et déterminer leur premier terme et leur raison :

a) 1, 3, 5, 7, 10, 13, 16, ….	X
b) 8, 5, 2, -1, -4, -7, …. ;	(8 ; -3)
c) 1, 2, 4, 8, 16, 32, ….	X
d) 3 ; 3,2 ; 3,4 ; 3,6 ; 3,8 ; ….	(3 ; 0,2)
e) 115, 109, 103, 97, 91, …	(115 ; -6)

2) Propriétés

Définition : Pour tout n, $u_{n+1} = u_n + r$ (avec r raison de la suite)

Terme général : $u_n = u_0 + n\, r$

Somme : $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_{n-1} = n\,(u_0 + u_n) / 2$

Somme = nombre de termes fois la moyenne du premier et du dernier terme

Exemples (reprise des exemples du 1)) :

b) $u_n = 8 – 3n$
$u_{10} = 8 – 3 \,.\, 10 = 8 – 30 = -22$
$S_{11} = 11\,(8 – 22) / 2 = - 77$

d) $u_n = 3 + 0{,}2n$
$u_{100} = 3 + 0{,}2 \,.\, 100 = 3 + 20 = 23$
$S_{101} = 101\,(3 + 23) / 2 = 101 \,.\, 13 = 1\,313$

e) $u_n = 115 – 6n$
$u_{20} = 115 – 6 \,.\, 20 = 115 - 120 = -5$
$S_{21} = 21\,(115 – 5) / 2 = 21 \,.\, 55 = 1\,155$

B) Suites géométriques (Rappel)

1) Définition

Une suite est dite géométrique si chaque terme est le produit du précédent par une constante appelée raison de la suite.

Exemples :

c) du A1) (1 ; 2)

d) 5, 15, 45, 135, 405, 1215, … (5 ; 3)

e) 8, 4, 2, 1 ; 0,5 ; 0,25 ; … (8 ; 1/2)

2) Propriétés

Définition : $u_{n+1} = q\, u_n$ (q raison de la suite)

Terme général : $q^n u_0$

Somme : $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_{n-1} = u_0 (q^n - 1) / (q - 1)$

Exemples :

c) $u_n = 1 \times 2^n = 2^n$ ***$u_{10} = 2^{10} = 1024$***

$S_n = 1 \times (2^n - 1) / (2 - 1) = 2^n - 1$ **$S_{10} = 2^{10} - 1 = 1023$**

d) $u_n = 5 \times 3^n$ ***$u_4 = 5 \times 3^4 = 5 \times 81 = 405$***

$S_n = 5 \times (3^n - 1) / (3 - 1) = 5 \times (3^n - 1) / 2$ **$S_4 = 5 \times (3^4 - 1) / 2 = 5 \times 80 / 2 = 200$**

e) $u_n = 8 \times (1/2)^n = 8 / 2^n$ ***$u_{10} = 8 / 2^{10} = 8 / 1024 = 1 / 128$***

$S_n = 8 \times ((1/2)^n - 1) / (1/2 - 1) = 16 (1 - 1/2^n)$ **$S_{10} = 16(1 - 1/2^{10}) = 16 (1 - 1 / 1024) = 1023 / 64$**

C) Exemple d'application

Une entreprise embauche un salarié aux conditions suivantes :
Salaire initial = 180 000 F/ mois
Augmentation contractuelle de 9 500 F tous les ans
Soit S_1 le salaire mensuel la première année, S_2 la seconde année etc…

1) a) Calculer S_2, S_3, S_4
b) Montrer que (S_n) est une suite arithmétique, donner son premier terme et sa raison.
c) Calculer le salaire de la 11ème année.
d) Calculer le salaire total encaissé sur 10 ans.

2) On modifie le contrat en remplaçant la clause d'augmentation par celle-ci :
Le salaire augmentera de 5% chaque année.
a) Calculer S_2, S_3, S_4
b) Trouver le type de la suite et sa raison
c) Calculer S_{11}
d) Calculer le salaire total encaissé en 10 ans

D) Exercices

8 page 198, 16 page 199 et 36 page 202

Les suites – Fiche de révision

Formules à connaître

	Suites arithmétiques	Suites géométriques
Définition	$u_n = u_{n-1} + r$	$u_n = u_{n-1} \times q$
Terme général	$u_n = u_0 + n r$	$u_n = u_0 \times q^n$
Relation entre deux termes	$u_n = u_p + (n-p) r$	$u_n = u_p \times q^{n-p}$
Somme des n premiers termes	$S_n = n \times \frac{u_0 + u_{n-1}}{2}$	$S_n = u_0 \times \frac{1-q^n}{1-q}$
Autre formule	$S_n = n u_0 + \frac{n(n-1)}{2} r$	

Somme des n premiers nombres	$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$